Aleksandra IWANICKA
AE Wrocław

Prawdopodobieństwo przeżycia w modelu ryzyka z dwiema klasami ubezpieczeń

1. Wstęp

W pracy omówiony jest model ryzyka z dwiema zależnymi klasami ubezpieczeń (por. [4]). W każdej klasie ubezpieczeń występują szkody właściwe tylko dla danej klasy, które pojawiają się zgodnie z procesem Poissona. Ponadto w obu klasach powodowane są też szkody przez czynnik ryzyka wspólny dla obu klas i szkody te pojawiają się zgodnie z procesem Erlanga. Model ten jest przekształcony do modelu o takim samym rozkładzie z dwiema nowymi niezależnymi klasami (por. [4]), dla którego jest przedstawiona metoda wyznaczania prawdopodobieństwa przeżycia, przy założeniu wykładniczych rozkładów szkód (por. [3]).

Niech $\{X_i\}_{i\in N}$ będzie ciągiem kolejnych niezależnych wielkości szkód w pierwszej klasie ubezpieczeń o jednakowym rozkładzie z dystrybuantą F_X i średnią μ_X. Natomiast $\{Y_i\}_{i\in N}$ będzie ciągiem kolejnych niezależnych wielkości szkód w drugiej klasie ubezpieczeń o jednakowym rozkładzie z dystrybuantą F_Y oraz średnią μ_Y. Wówczas proces zagregowanych szkód generowanych z dwóch klas ubezpieczeń definiujemy jako:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N_1(t)} X_i + \sum_{i=1}^{N_2(t)} Y_i \quad , \qquad (1)$$

gdzie $\{N_i(t)\}_{t\geq 0}$ jest procesem zliczającym szkody w klasie i $(i=1,2)$. Zakładamy, że $\{X_i\}_{i\in N}$ oraz $\{Y_i\}_{i\in N}$ są niezależne od siebie, ponadto są niezależne od $\{N_1(t)\}_{t\geq 0}$ oraz $\{N_2(t)\}_{t\geq 0}$. Procesy zliczające szkody w poszczególnych klasach są skorelowane w następujący sposób:

$N_1(t) = K_1(t) + \widetilde{K}(t)$ oraz $N_2(t) = K_2(t) + \widetilde{K}(t)$, gdzie $K_1(t), K_2(t)$ oraz $\widetilde{K}(t)$ są niezależnymi procesami odnowy. Wtedy proces ryzyka (proces nadwyżki kapitału) definiujemy następująco:

$$U(t) = u + ct - S(t), \qquad 2)$$

gdzie u jest kapitałem początkowym, a c jest intensywnością napływu składki.

W celu zdefiniowania prawdopodobieństwa ruiny dla modelu ryzyka (2) wcześniej wprowadzimy pojęcie momentu ruiny. Momentem ruiny nazywamy

$$T = \inf\{t \geq 0 : U(t) < 0\}.$$

Prawdopodobieństwem ruiny nazywamy

$$\Psi(u) = P(T < \infty \mid U(0) = u), u \geq 0,$$

natomiast $\Phi(u) = 1 - \Psi(u)$ nazywamy prawdopodobieństwem przeżycia.

Korelacja w (1) związana jest z występowaniem wspólnego składnika $\widetilde{K}(t)$ w procesach zliczających szkody $N_1(t)$ oraz $N_2(t)$. Zakładać będziemy, że $K_1(t)$ oraz $K_2(t)$ są procesami Poissona o intensywnościach odpowiednio λ_1 oraz λ_2, natomiast $\widetilde{K}(t)$ będzie uogólnionym procesem Erlanga z parametrami $\widetilde{\lambda}_1, \widetilde{\lambda}_2$, tzn. czasy pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami roszczeń (generowanych przez ten proces) mają uogólniony rozkład Erlanga z parametrami $\widetilde{\lambda}_1, \widetilde{\lambda}_2$. Włączenie uogólnionego procesu Erlanga $\widetilde{K}(t)$ w złożonym modelu Poissona utrudnia wyznaczenia prawdopodobieństwa ruiny i czyni ten problem ciekawszym. Rozkład Erlanga jest szeroko stosowany w teorii kolejek, która jest bliska teorii ryzyka (por. [1], [2]).

2. Przekształcony model ryzyka

W celu badania prawdopodobieństwa przeżycia (lub ruiny) w modelu ryzyka (2) z przyjętymi wcześniej założeniami możemy wykorzystać przekształcony model ryzyka (por. [4]):

$$U'(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{K_{12}(t)} X_i' - \sum_{i=1}^{\widetilde{K}(t)} Y_i', \qquad (3)$$

gdzie $\{X_i', i = 1,2,\ldots\}$ i $\{Y_i', i = 1,2,\ldots\}$ są nowymi niezależnymi wielkościami roszczeń, oraz $K_{12}(t) = K_1(t) + K_2(t)$ jest procesem Poissona z intensywnością

$\lambda_1 + \lambda_2$. Niech $W_1, W_2, \ldots$ będą odcinkami czasu pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami roszczeń $X_1', X_2', \ldots$. W_1 oznacza czas pojawienia się roszczenia X_1'. Odcinki czasowe $W_1, W_2, \ldots$ tworzą ciąg niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie wykładniczym z parametrem $\lambda_1 + \lambda_2$. Natomiast odcinki czasu pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami roszczeń $Y_1', Y_2', \ldots$ tworzą ciąg niezależnych zmiennych losowych $V_1, V_2, \ldots$, które mają uogólniony rozkład Erlanga z parametrami $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$, tzn. czas V_i możemy zapisać jako sumę $V_i = L_{i1} + L_{i2}$ dwóch niezależnych zmiennych losowych, gdzie $\{L_{i1}\}_{i \in N/\{0\}}$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie wykładniczym z parametrem $\tilde{\lambda}_1$, podczas gdy $\{L_{i2}\}_{i \in N/\{0\}}$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie wykładniczym z parametrem $\tilde{\lambda}_2$. Poza tym X_i' i Y_i' są niezależne od $K_{12}(t)$ i $\tilde{K}(t)$, oraz ich rozkłady są zadane następująco:

$$F_{X'}(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} F_X(x) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} F_Y(x) \quad \text{oraz} \quad F_{Y'}(x) = F_X * F_Y(x),$$

gdzie $F_X * F_Y$ jest splotem F_X i F_Y.

Ponadto oznaczmy przez $p(x)$ funkcję gęstości zmiennej losowej X_i' i przez $q(x)$ funkcję gęstości zmiennej losowej Y_i', oraz niech $\hat{p}(s) = \int_0^\infty e^{-sx} p(x)dx$ i $\hat{q}(s) = \int_0^\infty e^{-sx} q(x)dx$ będą transformatami Laplace'a funkcji $p(x)$ i $q(x)$.

Aby zapewnić wypłacalność ubezpieczyciela, zakładać będziemy, że intensywność napływu składki c spełnia warunek: $c > (\lambda_1 + \lambda_2)\mu_{X'} + \left(\tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2 / \left(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2\right)\right)\mu_{Y'}$ (w przeciwnym razie nastąpiłaby ruina w skończonym czasie z prawdopodobieństwem równym 1), tzn. intensywność napływu składki c można zapisać w następującej postaci:

$$c = (1 + \theta)\left((\lambda_1 + \lambda_2)\mu_{X'} + \left(\tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2 / \left(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2\right)\right)\mu_{Y'}\right),$$

gdzie θ jest dodatnią stałą zwaną współczynnikiem narzutu na bezpieczeństwo.

Można łatwo sprawdzić, że $U(t)$ oraz $U'(t)$ mają identyczne rozkłady (por. [4]). Zatem prawdopodobieństwo przeżycia w modelu $U'(t)$ jest takie samo jak w modelu $U(t)$.

Jeśli $\widetilde{K}(t)$ byłby także procesem Poissona z intensywnością $\widetilde{\lambda}$ niezależnym od procesów $K_1(t)$ oraz $K_2(t)$, wówczas można pokazać, że proces $U'(t)$ będzie złożonym procesem Poissona z intensywnością $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \widetilde{\lambda}$ i prawdopodobieństwo ruiny w tym modelu może być wyznaczane klasycznymi metodami (por. [4]). Ponadto model (2) ma prostą interpretację, a mianowicie roszczenia generowane w obu klasach przez proces $\widetilde{K}(t)$ można utożsamić z działaniem zewnętrznego czynnika ryzyka wpływającego na obie klasy jednocześnie, który jest niezależny od czynników ryzyka właściwych dla danych klas. Często ten zewnętrzny czynnik ryzyka jest związany z klęskami żywiołowymi, które mogą powodować różne szkody w różnych klasach ubezpieczeń.

3. Prawdopodobieństwo przeżycia

W klasycznym modelu ryzyka prawdopodobieństwo ruiny jest jednorodne w czasie, co spowodowane jest własnością braku pamięci wykładniczego rozkładu czasu pomiędzy kolejnymi pojawieniami się roszczeń, tj. prawdopodobieństwo ruiny (lub przeżycia) nie zależy od czasu, zależy tylko od kapitału początkowego. Jednak prawdopodobieństwo ruiny w rozważanym procesie ryzyka (2) nie zachowuje własności jednorodności w czasie ze względu na to, że czasy pomiędzy kolejnymi nadejściami roszczeń generowanymi w obu klasach przez proces $\widetilde{K}(t)$ mają uogólniony rozkład Erlanga, który nie posiada już własności braku pamięci (por. [3]). Przy definiowaniu prawdopodobieństwa ruiny (przeżycia) w rozdziale pierwszym przyjmować będziemy, że pierwsze roszczenie generowane przez proces $\widetilde{K}(t)$ pojawia się dokładnie w chwili 0.

Prawdopodobieństwo ruiny w modelu (2), które od tej chwili będziemy oznaczać $\Psi(u,\tau)$, jest funkcją kapitału bieżącego u oraz czasu τ, który upłynął od momentu wypłaty ostatniego roszczenia wygenerowanego przez proces $\widetilde{K}(t)$ (przy założeniu stałego kapitału bieżącego u przetransformowany proces ryzyka odnawia się w momentach pojawiania się roszczeń generowanych przez proces $\widetilde{K}(t)$). Interesować nas będzie wyznaczenie prawdopodobieństwa ruiny w chwili zerowej (lub chwili wypłaty ostatniego roszczenia wygenerowanego przez proces $\widetilde{K}(t)$) oznaczane $\Psi(u,0)=\Psi(u)$ (wówczas $\Phi(u)=1-\Psi(u)$) oraz w chwili realizacji zmiennej losowej L_{11}, które jest zdefiniowane następująco $\Psi_1(u)=P(T<\infty \mid L_{11}=t, U(t)=u)$ (oraz $\Phi_1(u)=1-\Psi_1(u)$). Wówczas, korzystając z wzoru na prawdopodobieństw całkowite, możemy zapisać (por. [3]):

$$\Psi(u,\tau)=\Psi(u)P(L_{11}>\tau)+\Psi_1(u)P(L_{11}<\tau)=e^{-\widetilde{\lambda}_1\tau}\Psi(u)+(1-e^{-\widetilde{\lambda}_1\tau})\Psi_1(u).$$

Prawdopodobieństwa ruiny $\Psi(u)$ oraz $\Psi_1(u)$ są wyznaczane jednoznacznie przez prawdopodobieństwa przeżycia $\Phi(u)$ oraz $\Phi_1(u)$, dla których można wyprowadzić następujący układ równań różniczkowo-całkowych (por. [3]):

$$c\Phi^{(1)}(u)=-\widetilde{\lambda}_1\Phi_1(u)-(\lambda_1+\lambda_2)\int_0^u\Phi(u-x)dF_{X'}(x)+(\lambda_1+\lambda_2+\widetilde{\lambda}_1)\Phi(u), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} c\Phi_1^{(1)}(u)=&-\widetilde{\lambda}_2\int_0^u\Phi(u-x)dF_{Y'}(x)\\ &-(\lambda_1+\lambda_2)\int_0^u\Phi_1(u-x)dF_{X'}(x)+(\lambda_1+\lambda_2+\widetilde{\lambda}_2)\Phi_1(u). \end{aligned} \tag{5}$$

Z powyższego układu równań (4) i (5) w przypadku dowolnych rozkładów szkód można wyznaczyć prawdopodobieństwo przeżycia z zerowym kapitałem początkowym, które przyjmuje postać (por. [3]):

$$\begin{aligned} \Phi(0)&=\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)\left(\frac{\widetilde{\lambda}_1+\widetilde{\lambda}_2}{c\rho-(\lambda_1+\lambda_2)[1-\hat{p}(\rho)]}\right),\\ \Phi_1(0)&=\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)\left(\frac{\widetilde{\lambda}_1+\widetilde{\lambda}_2}{c\rho-(\lambda_1+\lambda_2)[1-\hat{p}(\rho)]}\right)\left(\frac{c\rho-\lambda-\lambda_2+\lambda\hat{p}(\rho)}{\lambda_1}\right), \end{aligned} \tag{6}$$

gdzie ρ jest dodatnim rzeczywistym rozwiązaniem równania:

$$\left[\frac{c}{\widetilde{\lambda}_1}s+\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\widetilde{\lambda}_1}(\hat{p}(s)-1)-1\right]\left[\frac{c}{\widetilde{\lambda}_2}s+\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\widetilde{\lambda}_2}(\hat{p}(s)-1)-1\right]=\hat{q}(s). \tag{7}$$

Ponadto wiadomo, że równanie (7) posiada dokładnie jeden dodatni pierwiastek rzeczywisty (por. [3]).

Rozważmy teraz przypadek, gdy rozkłady szkód $p(x)$ oraz $q(x)$ w przetransformowanym modelu ryzyka należą do klasy odpowiednio K_n oraz $K_m, n, m\in N_+$, tj.

$$\hat{p}(s)=\frac{p_{n-1}(s)}{p_n(s)}:=\frac{\prod_{i=1}^{n}a_i+g(s)}{\prod_{i=1}^{n}(s+a_i)} \quad \text{oraz} \quad \hat{q}(s)=\frac{q_{m-1}(s)}{q_m(s)}:=\frac{\prod_{j=1}^{m}b_j+h(s)}{\prod_{j=1}^{m}(s+b_j)},$$

gdzie $\{a_i\}_{i=1}^{n}$, $\{b_j\}_{j=1}^{m}$ są ciągami dodatnich stałych, $g(s)$ oraz $h(s)$ są wielomianami rzędu co najwyżej odpowiednio $n-1$ oraz $m-1$, ponadto $g(0)=h(0)=0$. Wówczas można wyznaczyć rozwiązanie układu równań (4) i (5), które przedstawia się następująco (por. [3]):

$$\Phi(u)=\Phi(0)\left[c_0+\sum_{i=1}^{2n+m}c_i e^{R_i u}\right],$$
$$\Phi_1(u)=\frac{c\rho-(\tilde{\lambda}_2+\lambda_1+\lambda_2)+(\lambda_1+\lambda_2)\hat{p}(\rho)}{\tilde{\lambda}_1}\Phi(u)+\frac{\tilde{\lambda}_2\Phi(0)}{c}\left[d_0+\sum_{i=1}^{2n+m}d_i e^{R_i u}\right], \tag{8}$$

gdzie ρ jest dodatnim rzeczywistym pierwiastkiem równania (7). Wartości $R_1,R_2,\ldots,R_{2n+m}$ są zespolonymi pierwiastkami o ujemnej części rzeczywistej następującego wielomianu (por.[3]):

$$D_{2n+m+2}(s)=q_m(s)[(cs-\tilde{\lambda}_1-\lambda_1-\lambda_2)p_n(s)+(\lambda_1+\lambda_2)p_{n-1}(s)]\times$$
$$\times[(cs-\tilde{\lambda}_2-\lambda_1-\lambda_2)p_n(s)+(\lambda_1+\lambda_2)p_{n-1}(s)]-\tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2[p_n(s)]^2 q_{m-1}(s). \tag{9}$$

Pierwiastkami wielomianu (9) są również wartości: ρ oraz 0 (por.[3]). Współczynniki c_0,c_i,d_0,d_i występujące w rozwiązaniu (8) przyjmują postać (por.[3]):

$$c_0=\frac{l_{2n+m}(0)}{\prod_{i=1}^{2n+m}(-R_i)},\quad c_i=-\frac{l_{2n+m}(R_i)}{R_i\prod_{j=1,j\neq i}^{2n+m}(R_i-R_j)},$$
$$d_0=\frac{h_{2n+m}(0)}{\prod_{i=1}^{2n+m}(-R_i)},\quad d_i=-\frac{h_{2n+m}(R_i)}{R_i\prod_{j=1,j\neq i}^{2n+m}(R_i-R_j)}, \tag{10}$$

gdzie $l_{2n+m}(s)$ oraz $h_{2n+m}(s)$ są funkcjami postaci:

$$l_{2n+m}(s)=p_n(s)q_m(s)\times$$
$$\times\left\{p_n(s)+\frac{\lambda_1+\lambda_2}{c}\left(\frac{p_{n-1}(s)-p_{n-1}(\rho)}{s-\rho}-\frac{p_{n-1}(\rho)(p_n(s)-p_n(\rho))}{p_n(\rho)(s-\rho)}\right)\right\},$$
$$h_{2n+m-1}(s)=[p_n(s)]^2\left\{\frac{q_{m-1}(\rho)}{q_m(\rho)}\frac{q_m(s)-q_m(\rho)}{s-\rho}-\frac{q_{m-1}(s)-q_{m-1}(\rho)}{s-\rho}\right\}. \tag{11}$$

5. Prawdopodobieństwo przeżycia z wykładniczymi rozkładami wielkości szkód

Przy założeniu, że wielkości szkód X oraz Y w modelu (2) mają rozkłady wykładnicze, możemy wykorzystać rozwiązania (6) i (8) do wyznaczenia prawdopodobieństwa przeżycia $\Phi(u)$ w modelu (2).

Niech X ma rozkład wykładniczy z parametrem α oraz niech Y ma rozkład wykładniczy z parametrem β. Wówczas rozkłady zmiennych losowych X' oraz Y' w przetransformowanym procesie ryzyka mają rozkłady należące do klasy rozkładów K_2, ponieważ transformaty Laplace'a funkcji gęstości $p(x)$ i $q(x)$ tych zmiennych losowych są postaci:

$$\hat{p}(x) = \frac{\alpha\beta + \dfrac{\lambda_1 a + \lambda_2 \beta}{\lambda_1 + \lambda_2} \cdot s}{(s+\alpha)(s+\beta)} \quad \text{oraz} \quad \hat{q}(x) = \frac{\alpha\beta}{(s+\alpha)(s+\beta)}.$$

Bezpośrednio z (6) otrzymujemy prawdopodobieństwo przeżycia z zerowym kapitałem początkowym:

$$\Phi(0) = \left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)\left(\frac{(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2)(\rho+\alpha)(\rho+\beta)}{\rho(c(\rho+\alpha)(\rho+\beta) - \lambda_1(\rho+\alpha) - \lambda_2(\rho+\beta))}\right),$$

gdzie ρ jest dodatnim pierwiastkiem równania:

$$\left[(s+\alpha)(s+\beta)(cs-\tilde{\lambda}_1) - s(\lambda_1(s+b) + \lambda_2(s+a))\right] \times$$
$$\times \left[(s+\alpha)(s+\beta)(cs-\tilde{\lambda}_2) - s(\lambda_1(s+b) + \lambda_2(s+a))\right] = \tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2\alpha\beta(s+\alpha)(s+\beta).$$

Prawdopodobieństwo przeżycia z dowolnym nieujemnym kapitałem początkowym u otrzymujemy z (8):

$$\Phi(u) = \Phi(0)(c_0 + c_1\exp(R_1 u) + c_2\exp(R_2 u) + c_3\exp(R_3 u) +$$
$$+ c_4\exp(R_4 u) + c_5\exp(R_5 u) + c_6\exp(R_6 u)),$$

gdzie stałe c_0, c_i są wyznaczone z (10):

$$c_0 = \frac{l_6(0)}{R_1R_2R_3R_4R_5R_6}, \quad c_i = -\frac{l_6(R_i)}{R_i\prod_{j=1, j\neq i}^{6}(R_i - R_j)}.$$

Wartości zespolone $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ o ujemnych częściach całkowitych są pierwiastkami wielomianu (9), który przyjmuje postać:

$$
\begin{aligned}
D_8(s) &= (s+\alpha)(s+\beta)\left[(cs-\tilde{\lambda}_1)(s+\alpha)(s+\beta)-\lambda_1 s(s+\beta)-\lambda_2 s(s+\alpha)\right]\times \\
&\times\left[(cs-\tilde{\lambda}_2)(s+\alpha)(s+\beta)-\lambda_1 s(s+\beta)-\lambda_2 s(s+\alpha)\right]-\tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2(s+\alpha)^2(s+\beta)^2\alpha\beta= \\
&= s(s-\rho)(s-R_1)(s-R_2)(s-R_3)(s-R_4)(s-R_5)(s-R_6).
\end{aligned}
$$

Funkcję $l_6(s)$ jest wyznaczona z (11) i przedstawia się następująco:

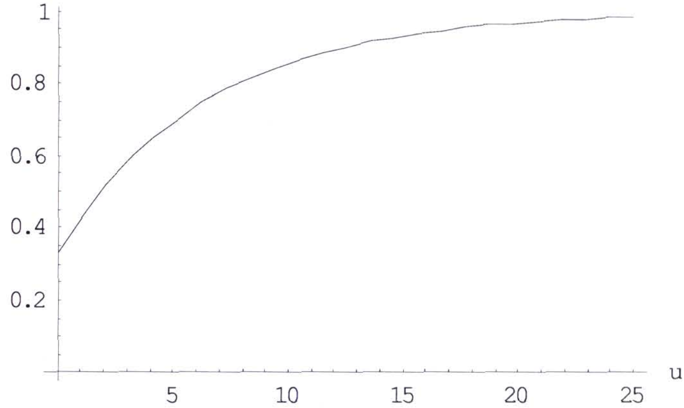
$$
\begin{aligned}
l_6(s) &= (s+\alpha)^2(s+\beta)^2\times \\
&\times\left[(s+\alpha)(s+\beta)+\frac{\lambda_1\alpha+\lambda_2\beta}{c}-\frac{\left[(\lambda_1\alpha+\lambda_2\beta)\rho+(\lambda_1+\lambda_2)\alpha\beta\right](s+\rho+\alpha+\beta)}{c(\rho+\alpha)(\rho+\beta)}\right].
\end{aligned}
$$

Przykład

Niech X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\alpha = 1$ oraz niech Y ma rozkład wykładniczy z parametrem $\beta = 0.5$. Ponadto niech $\tilde{\lambda}_1 = 0.5,\ \tilde{\lambda}_2 = 1.5,\ \lambda_1 = 0.25,\ \lambda_2 = 0.75$ oraz $c = 4$. Prawdopodobieństwo przeżycia przedstawia się jako funkcja kapitału początkowego u następującej postaci:

$$
\begin{aligned}
\Phi(u) = 1 &- (0.00229972 - 0.00330807\,i)\exp(-(0.972111 + 0.0238868\,i)\,u) \\
&- (0.00229972 + 0.00330807\,i)\exp(-(0.972111 - 0.0238868\,i)\,u) \\
&- 0.00605218\exp(-0.445595\,u) - 0.657469\exp(-0.153557\,u),
\end{aligned}
$$

której wykres przedstawiony jest na rysunku poniżej.



Rys. Prawdopodobieństwo przeżycia $\Phi(u)$.

Źródło: Opracowanie własne.

Literatura

[1] Asmussen S., *Applied Probability and Queues*, Wiley, New York 1987.
[2] Asmussen S., *Risk theory in a Markovian environment*, "Scandinavian Actuarial Journal" 1989, s. 69–100.
[3] Li S., Garrido J., *Ruin probabilities for two classes of risk processes*, "Astin Bulletin" 35/2005, s. 61–77.
[4] Yuen K.C., Guo J., Wu X., *On a correlated aggregate claims model with Poisson and Erlang risk processes*, "Insurance: Mathematics and Economics" 31/2002, s. 205–214.

Summary

In this paper we consider a risk model with two dependent classes of insurance business. In this model the two claim number processes are correlated. This correlation comes from the incorporation of the common process into the two claim number processes. This common process is generalized Erlang process. The claim occurrences from this common process are due to an outside factor independent of the two underlying risks, which relate to Poisson processes. The risk process with two correlated classes of business can be converted to a risk process with two new independent classes of business. The transformed process is identically distributed as the original process. Hence, the original process can be examined via this transformed process. Explicit results of non-ruin probabilities are obtained when the initial reserve is zero or when the claims sizes in the original process are exponentially distributed.